

让学生在“错误”中成长 ——例析宁德市中考数学中的常见错误

赵郑国

(柘荣县第三中学,福建 柘荣 355300)

摘 要:中考数学中,学生常见错误有概念理解不透彻、公式理解不透、方程解法错误、分类讨论不足、动手能力差、恐应用题症、阅读能力差、识图能力差等。教师应正确对待“错误”,并分析“错误”产生的原因,并采取对策积极改进,让“错误”资源“变废为宝”。

关键词:中考数学;错误分析;对策

中图分类号: G630

文献标识码: A

文章编号: 1673-9884(2016)03-0028-04

俗话说“金无足赤,人无完人”,“错误”对于每个人都是不可避免的,特别是对正在成长发展阶段的中学生来讲,各类“错误”更是“遍地开花”,这不仅困惑着学生,同样也困惑着教师。这就要求我们给学生“把脉”,并有针对性地解决学生产生的各类“错误”,培养学生“知错”“改错”“防错”的良好习惯,在今后的学习中取得更好的成绩。另外随着学生由小学升入初中,由于知识、内容的不断增加,往往比小学阶段更容易出现学习成绩两极化。特别到了九年级以后有些班级的后进生的面积达到30%-50%,这要引起我们认真思考。现利用宁德市近几年中考试题进行评析学生答题常见的“错误”,帮助学生从“错误”中悟出原因,“吃一堑,长一智”真正起到纠错的作用。

一、常见错误分析

(一)概念、公式理解不透彻,模糊混淆^[1]

一方面概念教学是任何学科都不可缺少的。数学知识是在一个接一个的概念中串联起来的,而数学概念的教学与理解正确与否会直接影响到数学公式、法则、定理等学习。然而学生在学习概念时往往还保留着小学生的“死记硬背”的方法去背概念,出现了概念背得“滚瓜烂熟”而没有真正理解它的含义和本质,在解题是“生搬硬套、不求本质”的状态,从而错误连连。

例1.(2009年宁德市)-3的绝对值()^[2]

A.3 B.-3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

错误剖析:本题主要考察了绝对值的概念,学生选择D主要原因在于绝对值与倒数的概念混淆不清。绝对值本身是初中的难点,但考题比较简单,学生只要明白“任何数的绝对值是一个非负数”就可以排除B、D而选择A。像绝对值、相反数、倒数等概念都是中考最常见的简单的概念考点之一,只要考生认真对比分析它们的内在本质就可以轻易得分。

例2.(2008年宁德市)宁德市位于福建省东北部,有漫长的海岸线。据测算,海岸线总长约为878000米,用科学记数法表示这个数为()^[2]

A. 0.878×10^6 米 B. 8.78×10^6 米
C. 878×10^3 米 D. 8.78×10^5 米

错误剖析:科学计数法的表示形式为 $a \times 10^n$,并且 $1 \leq a < 10$, n 为整数的规定。本题的形式都一样,选择A没有注意到条件 $1 \leq a < 10$,选择B的学生对 $a \times 10^n$ 中 n 没有理解透彻而导致错误。

另一方面数学公式无处不在,深入到数学运用的各个环节,因此对公式的理解与运用也十分重要。要想正确运用公式的前提是要正确了解公式的来龙去

收稿日期:2015-12-26

作者简介:赵郑国(1977-),男,福建柘荣人,柘荣县第三中学一级教师。

脉,特别要认清公式的一些基本特征,其次要对比不同公式的异同点。例如幂运算中的一组公式 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(ab)^n = a^n b^n$ 及平方差和完全平方公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 、 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 则最容易出现错误。同样我们在教勾股定理中经常碰到这么一个问题,不少学生背住 $a^2 + b^2 = c^2$, 却不理解 a 、 b 、 c 所表示的意义,其实该定理的实际意义是“直角三角形中两条直角边的平方和等于斜边的平方,其中 a 、 b 表示直角边, c 表示斜边”。若 a 、 b 、 c 所表示的意义改成 a 、 c 表示直角边, b 表示斜边,那公式则变成 $a^2 + c^2 = b^2$ 。如果只认字母不理解公式的真正意义就会出错,这就是典型的公式理解不透,死记硬背。

例 3.(2011 年宁德市)下列运算正确的是() [2]

A. $a + a^2 = a^3$ B. $a \cdot a^2 = a^3$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(3a)^2 = 6a^2$

错误剖析:本例是常见的幂运算的题型,这组公式特别容易混淆,学生常把 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(ab)^n = a^n b^n$ 混淆成 $a^m + a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m+n}$ 、 $(a^m)^n = a^{m+n}$ 、 $(ab)^n = ab^n$ 的错误,导致学生选择 A、C、D。

例 4.(2008 年宁德市)化简,求值: $(x-3)^2 - x(x-8)$, 其中 $x = \sqrt{2} - 4$ [2]

错误剖析:学生将完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 混淆成 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm b^2$, 平方差公式和完全平方公式没有认清,出现 $(x-3)^2 = x^2 - 3^2$ 的错误。问题在于学生没有记住两个公式的特征,即完全平方公式展开有三项,出现了最简单的错误。

(二)方程解法错误

方程是初中数学研究的主要内容之一,从一元一次方程、一元二次方程、分式方程到方程组,这些知识贯穿着整个数学知识体系。学生出现错误的地方有方程漏解、应用题未检验根的合理性及分式方程未检验增根等。因此,我们要教会学生在解方程时要认清不同的方程其解的个数是不一样的。对于初中阶段的学生而言怎样区别解的个数呢?记住只要认清方程的未知数的次数:未知数一次的一个解、未知数两次的两个解、分式方程先解再检验,分母为零无解为增根。

例 5.(2009 年宁德市)方程 $x^2 - 4x = 0$ 的解是 _____ [2]

错误剖析:本题的正解有两个分别为 $x=0$ 或 $x=4$ 。学生常见的错误只有一个解,如果能认清方程的未

知数次数为两次其必有两个解就不会出现漏解的情况出现。

例 6.(2011 年宁德市)解方程: $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x+1}$ [2]

错误剖析:本例学生可以解出 $x=1$,但有部分学生没有进行检验而出现错误。由于分式方程在变形时要用到去分母,会使未知数取值范围扩大,从而有可能产生增根。相对整式方程解方程不需要将验根的过程在书面写出来,而分式方程则要在试卷中体现,否则解题不完整。

(三)分类讨论不足 结果不全面

分类讨论是数学解题中最常见的一种思想方法,历年来各省市中考对分类讨论都比较重视,中考的压轴题几乎每题都要运用分类讨论的数学思想来解题。

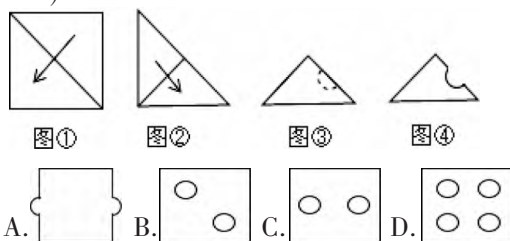
例 7.(2005 年宁德市)在活动课上,小红已有两根长为 4cm、8cm 的小木棒,现打算拼一个等腰三角形,则小红应取的第三根小木棒长是 _____ cm。 [2]

错误剖析:等腰三角形是最常见的分类讨论的题型之一。由于该题告诉大家的是两边长,没有明确哪边是腰、哪边是底边,因需要分类讨论,当 4 为腰时,则三边长为 4、4、8,当 4 为底时,则三边长为 4、4、8,学生容易得出答案为 4 或 8。但本题除了分类讨论外,还需满足“三角形的任意两边之和大于第三边”故 4、8、8 不满足题意要舍去。

(四)动手能力弱 缺乏生活常识

新课标要求学生不但要学会知识,还要会利用所学的知识与技能解决问题,发展实践能力和创新精神,现在的试题不但紧扣时代脉搏,还会让试题“动”起来,要求学生要有一定的动手与创新能力,并要有一定的生活常识。

例 8.(2012 年宁德市)将一张正方形纸片按图①、图②所示的方式依次对折后,再沿图③中的虚线剪裁,最后将图④中的纸片打开铺平,所得到的图案是() [2]



错误剖析:本例是一个典型的动手操作的题目。

学生的错误之处是缺乏生活中的折纸实践,未能看明白图中①-④的步骤中折纸所表示的意思(特别是②到③是关键)而导致错误。本例只要学生能正确折纸,再将结果展开便可得到正确地答案。

(五)应用题“恐惧症”

纵观宁德市近几年的应用题看整体比较简单,但学生却一看见应用题就形成一种定势“难”“我不会解”,主要原因在于我们学生怕应用题而不去接触应用题。我市的应用题每年都选择不同的社会热点问题编写,并以列二元一次方程和分式方程为主。

例 9.(2011 年宁德市)某旅行社 2010 年 1~5 月份,接待前往以福鼎太姥山、屏南白水洋、福安白云山为主要景点的宁德世界地质公园的游客 5000 人。今年同期比去年增加 40%,其中外地游客增加 50%,本地游客增加 10%。求 2010 年 1~5 月份该旅行社接待外地游客和本地游客分别是多少人?^[2]

错误剖析:本例是近年来比较容易出现错误的一道题,主要失分点在于题目中的“今年”特指本次中考的时间为 2011 年,而不少学生为未能认真分析题意,列不出方程。

例 10.(2008 年宁德市)5 月 12 日 14 时 28 分,四川汶川发生了 8.0 级大地震震后两小时,武警某师参谋长王毅奉命率部队乘车火速向汶川县城开进。13 日凌晨 1 时 15 分,车行至古尔沟,巨大的山体塌方将道路完全堵塞,部队无法继续前进,王毅毅然决定带领先遣分队徒步向汶川挺进,到达理县时为救援当地受灾群众而耽误了 1 小时,随后,先遣分队将步行速度提高 $\frac{1}{3}$,于 13 日 23 时 15 分赶到汶川县城。

(1)设先遣分队从古尔沟到理县的步行平均速度为每小时 x 千米,请根据题意填写下表:

	所走路程 (千米)	速度 (千米/小时)	时间 (小时)
古尔沟到理县	30	x	
理县到汶川	60		



(2)根据题意及表中所得的信息列方程,并求出先遣分队徒步从理县到汶川的平均速度是每小时多少千米?^[2]

错误剖析:本例题目较长要求学生正确从题目中

提炼出正确地相等关系,而设计的表格填空是为了降低难度让学生更容易找出相等关系。由于学生未能正确读表格,让表格成为不少学生的“拦路虎”,不能正确填出表格导致错误。其实应用题的关键在于审题,这要求我们学生要多读题目正确找出题中的两个相等关系。解题时要“静心”“耐心”“用心”,千万别“烦心”,只要用心做好“四心”,那你离解好应用题就不会太远了。

(六)阅读能力差,障碍重重^[3]

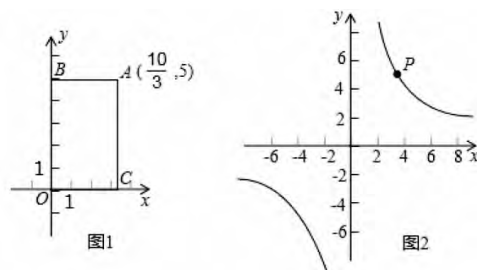
阅读理解题是近几年各地中考的热门试题之一,它常以一段文字的形式出现,题目的形式与内容较多,有旧知识的改变情景问题的阅读,也有新知识的阅读(如旧课本所删掉的知识、高中知识等)。让学生阅读后理解其内容后总结出做法,再模仿其做法解决一些问题。阅读题可以充分考察学生的自学水平和知识的运用能力。

例 11.(2013 年宁德市)定义:在平面直角坐标系中,过一点分别作坐标轴的垂线,若垂线与坐标轴围成矩形的周长与面积相等,则这个点叫做“和谐点”。

如图 1,矩形 ABOC 的周长与面积相等,则点 A 是“和谐点”

(1)判断点 E(2,3),F(4,4)是否为“和谐点”;

(2)如图 2,若点 P(a,b)是双曲线 $y=\frac{18}{x}$ 上的“和谐点”,求满足条件的所有 P 点坐标。^[2]



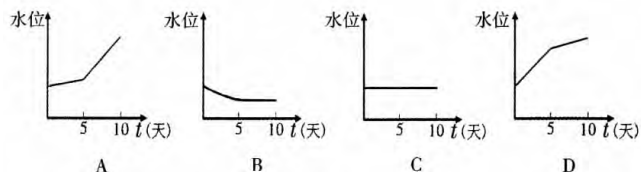
错误剖析:本例主要讲解一个简单定义,相对于题目较长的阅读题来讲内容少,比较集中没有多余的字眼。学生容易解出第一小题,第二小题学生可以得出答案,但容易将答案漏掉。此题主要考查了新定义以及反比例函数的综合应用以及一元二次方程的解法,根据定义得出正确信息是解题关键。

(七)识图能力差,难解题意^[3]

打开每份中考试题,里面五花八门、各式各样的图形都有,识图也是学生需掌握的一项基本技能。初

中数学中常见的图形有几何图、坐标图、示意图、实物图等,这些图形使试卷更加鲜活生动。但如何在各类图形中正确找出相关的信息,是要求学生要有一个稳定的知识基础与过硬的解题能力。坐标轴则是最常见的一种图形,但对于不同的坐标所表示的意义也是不同的。同一个内容在坐标轴中用不同的单位长度来表示,所呈现的图形也是不一样的。最常见的在坐标轴上体现业绩时,人们常会将纵坐标的单位长度进行变化,让图像上升的趋势显得更陡,给人以业绩增长得快的感觉。

例 12.(2005 年宁德市)17.某山区今年 6 月中旬的天气情况是:前 5 天小雨,后 5 天暴雨。那么反映该地区某河流水位变化的图像大致是()^[2]



错误剖析:本例要求学生明白小雨与暴雨的雨量的大小对河流水位的变化是不同的,显然 B、C 是错误的,而暴雨的雨量,水位变化大,因此图形更陡,所以选 A。

二、对策与建议

(一)正确对待“错误”

“错误”往往是正确、成功的开始,我们教师要善于“捕捉”学生学习中方方面面知识的错误点^[4],并及时做好错例登记与分析,并将其转化为教学中的例题进行讲解。同时在教学是要积极鼓励学生认真对待错误、分析错误,充分利用错误资源,并将其转化为学习中的重要资源。

(二)了解错误产生的原因

1.外因:由于小学升初中我们对学生的认知水平和教学要求都有所不同,特别是初中字母的引入会妨碍学生学习初中的新知识(学生经常会在“用字母表示数”和代数式的计算后开始产生许多的错误)。另外,一些学生的粗心大意、审题不清、解题丢三落四也容易产生错误,还有数学的符号问题再加上考试时的紧张也会出现一些不该错的地方出现错误,出现失分。

2.内因:首先,学生知识未掌握清楚,特别是学生一些概念、定理、公式等只了解皮毛,但学生却往往自认为掌握不错,就没有进一步巩固,容易出现知识的“假掌握”,进而常常未能真正运用自如地解题。其次,由于初中的知识点比小学的知识点增加许多,但学生只了解这些知识点,没有将知识进行归纳、对比,以便形成知识的网络化、系统化,这样就容易出现知识点之间的相互干扰。知识的相互干扰也是学生产生错误的主要来源之一。^[5]

(三)加强学生基础知识的教学与解题指导

只有牢固的数学知识基础才是学好数学知识的根本,因此教学要从基础抓起,课堂内要丰富基础知识的教学,让学生真正的掌握牢固的数学基础知识而徜徉于数学知识的海洋。另外,不少学生不懂正确地读题、解题也是导致错误的原因。因此,要求教师要善于总结各类题型并做好这些题型的解题指导,让学生遇事“不慌”、冷静的解决问题。

总之,面对“错误”师生都要做好充分地准备去迎接它,让其“变废为宝”,创造性地在运用好“错误”资源,让学生在“错误”中健康成长。

参考文献:

- [1]顾香才.从学生的解题错误透视教师的教学失误——一次质量分析座谈会的记录[J].中小学数学(中学版),2006(4).
- [2]2005-2013 年福建省宁德市初中毕业升学考试(数学卷).
- [3]王后雄.初中数学考试失分点例析[M].北京:龙门书局出版,2002.
- [4]曹少华.从“错误”中生成新的学习[J].福建教育,2004(4).
- [5]王保顺.初中学生数学解题错误原因及对策[J].中小学数学(中学版),2008(3).